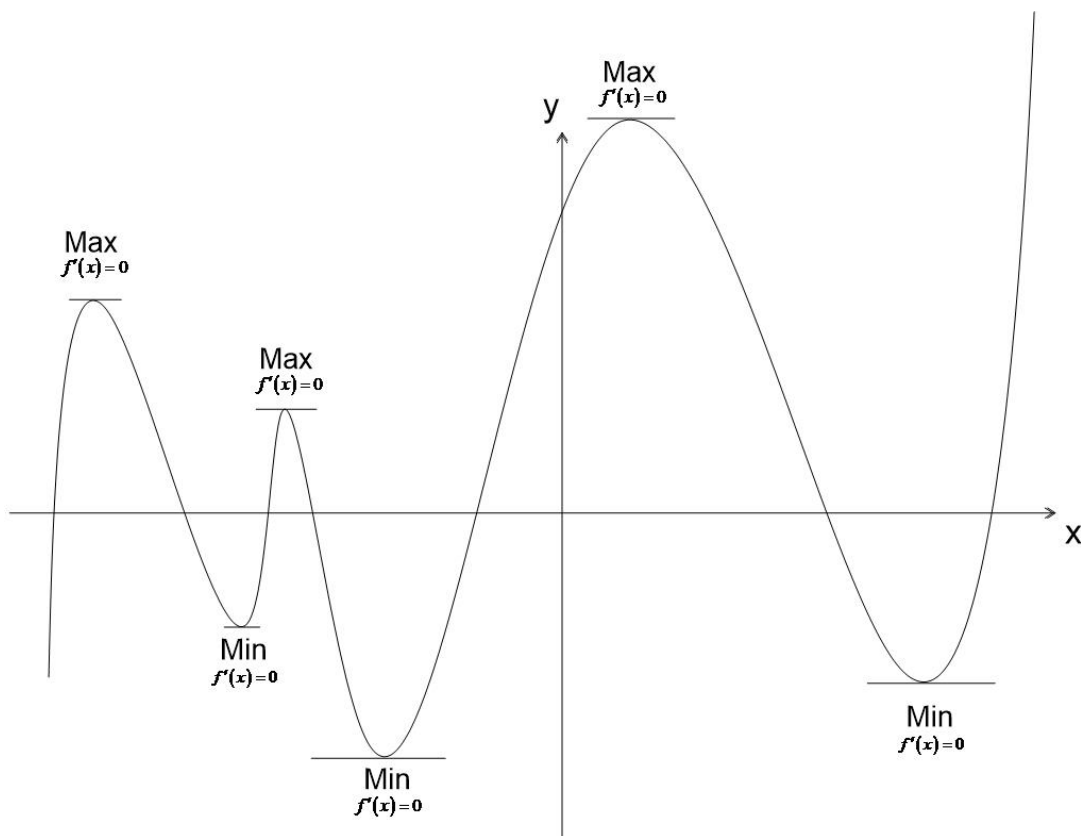


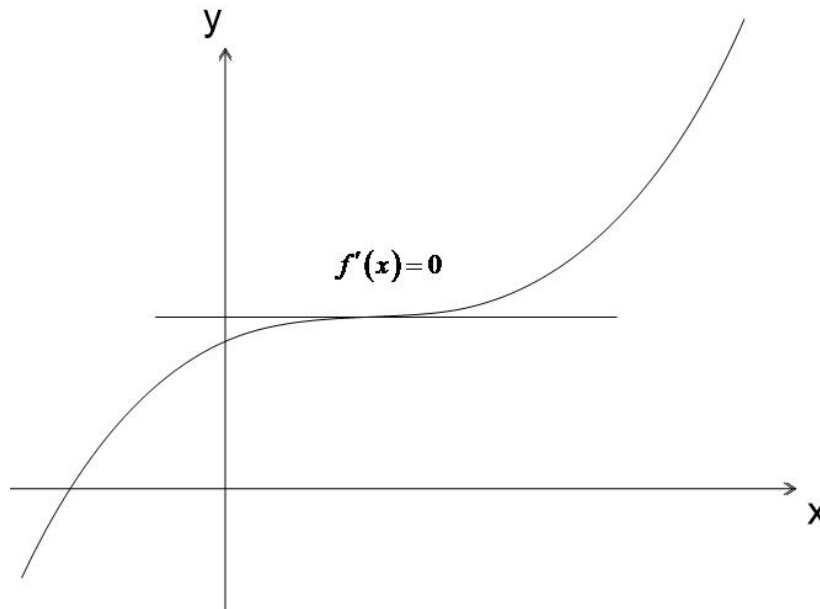
اکسترمم نسبی:

اکسترمم یعنی نقطه‌ای که یا ماکزیمم باشد یا مینیمم. در شکل زیر چند اکسترمم مختلف را می‌بینیم:



همانطور که از شکل پیداست، مشتق تابع در نقاط ماکزیمم نسبی یا مینیمم نسبی (نسبی یعنی نسبت به نقاط نزدیک در اطراف خود) برابر صفر است. پس برای یافتن اکسترمم‌های نسبی باید ابتدا $f'(x)=0$ را حل کنیم. جواب‌های این معادله احتمالاً اکسترمم‌های نسبی

تابع هستند ولی همواره اکسترمم نیستند. یعنی ممکن است مشتق تابع در نقطه‌ای صفر باشد ولی آن نقطه اکسترمم نباشد. مانند شکل زیر:

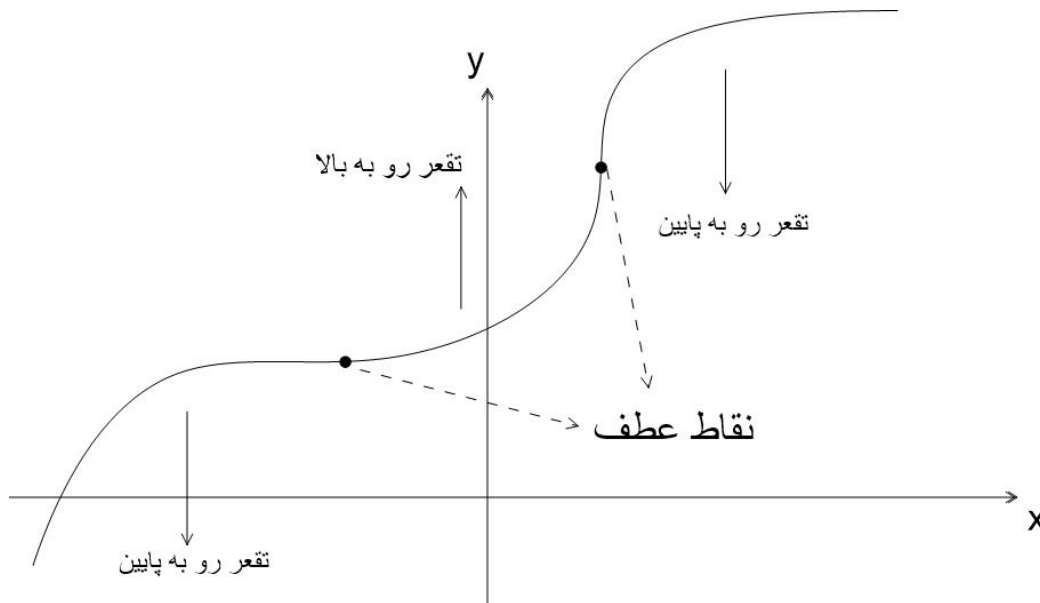


این نوع نقاط را نقاط عطف تابع می‌گوییم. همانطور که در شکل مشخص است تقعر تابع (\cup یا \cap) در اطراف نقطه عطف تغییر می‌کند.

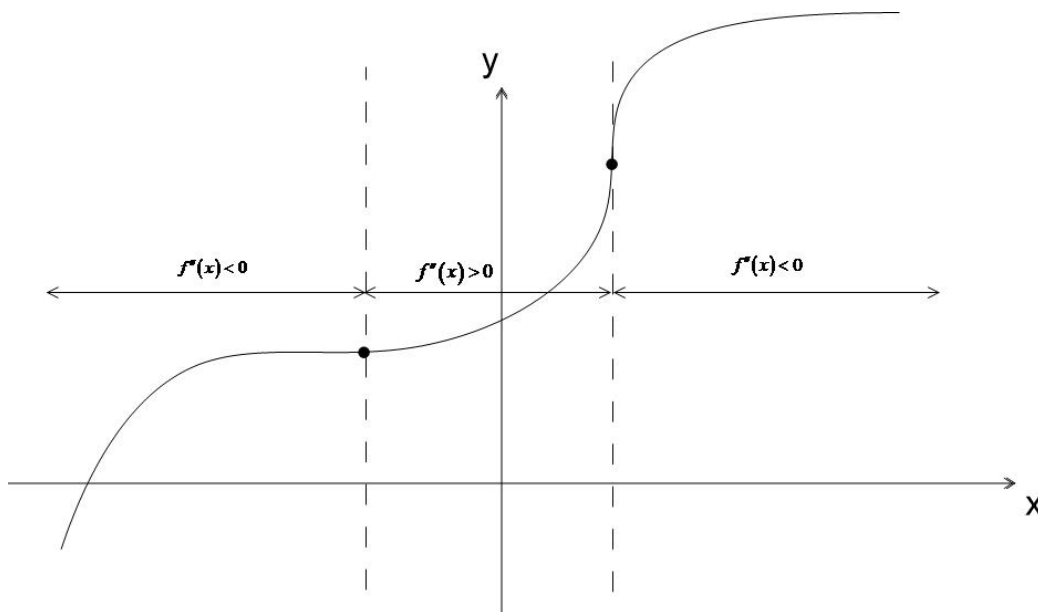
اگر مشتق تابع در نقطه‌ای صفر باشد و تقعر در اطراف آن نقطه تغییر نکند، آن نقطه یک اکسترمم نسبی است. ولی اگر نقطه پیوسته‌ای جزو نقاط بحرانی (مشتق صفر یا بی‌نهایت) باشد اما جهت تقعر در اطراف آن تغییر کند، آن نقطه یک نقطه عطف خواهد بود.

نقطه عطف:

نقطه‌ای پیوسته روی تابع که دارای خط مماس بر نمودار منحصر بفرد بوده و جهت تقعر در مجاورت این نقطه عوض شود.



وقتی جهت تقعر تابعی در یک بازه رو به بالا است $f''(x)$ مثبت است و به همین ترتیب اگر جهت تقعر تابعی در یک بازه رو به پایین است $f''(x)$ منفی است.



در اکثر مواقع در نقطه عطف $f''(x)=0$ است ولی برخی مواقع نیز $f''(x)=\infty$ می باشد یعنی برای یافتن نقطه عطف باید صورت و مخرج $f''(x)$ را مساوی صفر قرار دهیم و با

تعیین علامت $f''(x)$ ، نقاطی که در اطراف آنها علامت $f''(x)$ عوض می‌شود را به عنوان نقاط عطف معرفی می‌کنیم.

مثال: نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 7$ را بیابید.

حل: ابتدا $f''(x)$ را یافته و سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 7 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 24x - 3$$

$$\Rightarrow f''(x) = 12x^2 - 36x + 24 = 0 \Rightarrow 12(x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	$x=1$	$x=2$	$+\infty$
$(x-1)$	—	0	+	+
$(x-2)$	—		—	+
$f''(x)$	+	0	—	+

$f''(x)$ در اطراف $x=1$ و $x=2$ تغییر

علامت داده است پس این دو نقطه، نقاط

عطف تابع $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 7$

می‌باشند.