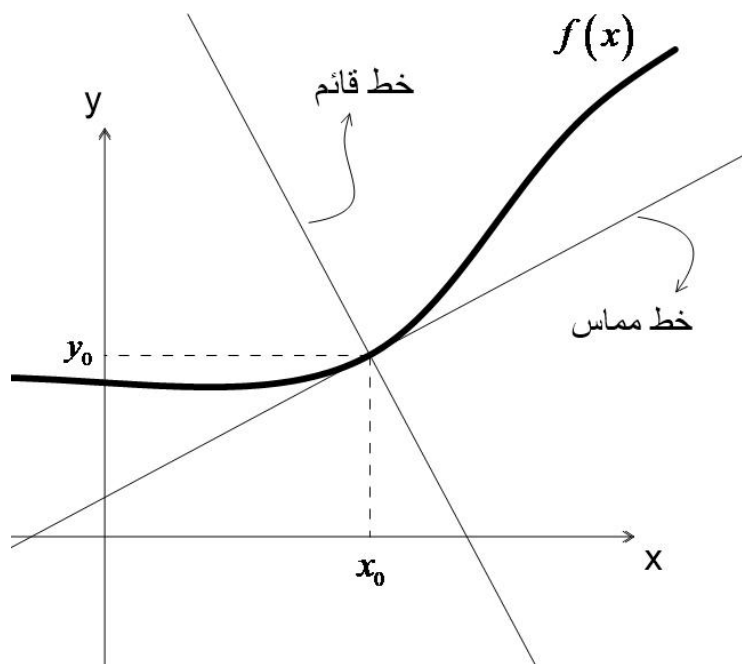


خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی:

خط مماس بر منحنی خطی است که در همسایگی نقطه مورد نظر فقط در همان نقطه با منحنی تابع تقاطع داشته باشد و خط قائم بر منحنی خطی است که در همان نقطه بر خط مماس بر منحنی عمود باشد. در شکل زیر این موضوع به تصویر کشیده شده است:



برای یافتن معادله خط مماس بر منحنی در نقطه (x_0, y_0) کافیست از رابطه $y - y_0 = m(x - x_0)$ استفاده کنیم که m مشتق تابع f در نقطه x_0 است (یعنی $f'(x_0)$) و

خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی

همچنین معادله خط قائم بر منحنی از رابطه $y - y_0 = m'(x - x_0)$ بدست می‌آید که $m' = -\frac{1}{m}$ است.

معادله خط مماس بر منحنی: $y - y_0 = m(x - x_0)$

معادله خط قائم بر منحنی: $y - y_0 = m'(x - x_0)$

پس برای حل نمونه سوالات مربوط به یافتن «خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی» کافیست ابتدا نقطه داده شده (x_0) را در خود تابع قرار می‌دهیم تا y_0 را بیابیم. سپس از تابع مشتق می‌گیریم تا $f'(x)$ به دست آید و x_0 را در $f'(x)$ نیز قرار می‌دهیم تا $f'(x_0)$ را نیز بیابیم. در نهایت با توجه به $m = f'(x_0)$ و $m' = -\frac{1}{m}$ ، شیب خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی را یافته و در دو فرمول بالا قرار می‌دهیم تا معادلات این دو خط پیدا شوند.

مثال: معادله خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - 2x + 4$ را در نقطه $x_0 = 1$ بیابید.

حل: ابتدا y_0 و $f'(x_0)$ را می‌یابیم:

$$y_0 = f(1) = 1^3 - 2 \times 1 + 4 = 3$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 3 \times 1^2 - 2 = 1 = m$$

$$m' = -\frac{1}{m} = -1$$

خط مماس بر منحنی و خط قائم بر منحنی

سپس معادله خطوط مماس و قائم بر این منحنی را فرمول‌های گفته شده محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مماس بر منحنی: } y-3=1 \times (x-1) \Rightarrow y=x+2$$

$$\text{قائم بر منحنی: } y-3=(-1) \times (x-1) \Rightarrow y=-x+4$$

تمرین: معادله خطوط مماس و قائم بر منحنی‌های زیر را در نقاط داده شده بیابید.

$$1. \quad f(x) = x^3, x_0 = -1$$

$$2. \quad f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$3. \quad x^2 + 3y^2 = 4, (1, -1)$$