

مشتق پارامتری:

اگر y و x هر دو تابعی از یک پارامتر دیگر مانند t باشند، برای محاسبه مشتق y بر حسب x باید از مشتق پارامتری به فرم زیر کمک گرفت:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

در واقع صورت و مخرج را بر dt تقسیم میکنیم تا رابطه مشتق را به کمک پارامتر سوم بدست آوریم. مشتق پارامتری اکثراً در مسائلی استفاده می‌شود که سرعت یک پارامتر مجهول یا معلوم باشد زیرا مشتق نسبت به زمان همان سرعت است. به عنوان مثال مشتق جابجایی یک جسم بر حسب زمان، سرعت خطی و مشتق زاویه یک جسم با محوری ثابت، سرعت زاویه‌ای جسم را نتیجه می‌دهد که در مورد این موضوع در مبحث «نسبت‌های وابسته» به طور مفصل توضیح خواهیم داد.

البته مشتق پارامتری لزوماً بر حسب زمان نیست و پارامترهای موجود می‌توانند بر حسب پارامتری دیگر که زمان نیست نیز به صورت پارامتری مشتق‌گیری شوند.

مثال: اگر $y = 3t^2 + t - 4$ و $x = 2\sin 5t - 5\ln(t^2 + 1)$ باشد، مشتق y بر حسب x را بیابید.

حل: طبق قاعده مشتق‌گیری از توابع پارامتری داریم:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{6t+1}{10\cos 5t - 5 \times \frac{2t}{t^2+1}}$$

مشتق پارامتری

مثال: اگر $z = 4 \cos x - e^{-2x}$ و $y = -4x^3 + \frac{3}{x}$ باشد، مشتق z بر حسب y را بیابید.

حل: مشابه حل مثال بالا عمل می‌کنیم ولی در این مثال باید صورت و مخرج را بر dx تقسیم می‌کنیم تا به جواب برسیم:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\frac{dz}{dx}}{\frac{dy}{dx}} = \frac{-4 \sin x + 2e^{-2x}}{-12x^2 - \frac{3}{x^2}}$$

تمرین: اگر $y = 7 \operatorname{Arccos}(2t-3)$ و $x = t^3 - \frac{1}{t^2 - 3t}$ باشد، مشتق y بر حسب x را بیابید.