

## تقریب تابع:

هرگاه مقدار تابع را در نقطه‌ای بخواهند که مقدار دقیق تابع در نزدیکی آن نقطه را بدانیم باید از روش «تقریب تابع» استفاده کنیم. فرمول کلی تقریب به صورت زیر است:

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$$

یعنی اگر نقطه مورد نظر (یعنی  $x_0 + \Delta x$ ) با نقطه‌ای که مقدار دقیق آن را می‌توانیم محاسبه کنیم (یعنی  $x_0$ ) به اندازه  $\Delta x$  فاصله داشته باشد، کافیست مقدار تابع و مشتق تابع را در  $x_0$  یافته و در معادله بالا قرار دهیم. اگر نقطه داده شده بیشتر از  $x_0$  باشد  $\Delta x > 0$  و اگر کمتر باشد  $\Delta x < 0$  است. علامت  $\Delta x$  را خودمان باید در فرمول لحاظ کنیم. به کمک چند مثال این مبحث را بیشتر توضیح می‌دهیم.

مثال: حاصل  $\sqrt{26}$  را بیابید.

حل: ابتدا تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را تعریف می‌کنیم سپس مقدار تابع را در  $x = 26$  می‌یابیم.

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad x_0 = 25, \Delta x = +1$$

$$\Rightarrow f(x_0) = f(25) = \sqrt{25} = 5 \quad f'(x_0) = f'(25) = \frac{1}{2\sqrt{25}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x \Rightarrow f(26) \approx f(25) + f'(25) \times 1 = 5 + 0.1 = 5.1$$

در این مثال، عددی که تقریب تابع را در آن نقطه می‌خواهیم (یعنی  $x = 26$ ) حساب کنیم از عددی که تابع در آن نقطه مقدار دقیق دارد (یعنی  $x_0 = 25$ ) بزرگتر است. پس  $\Delta x$  را در فرمول به صورت مثبت جای‌گذاری می‌کنیم.

نکته مهم: برای محاسبه تقریب توابع مثلثاتی باید زوایا را حتماً بر حسب رادیان وارد کنیم.

مثال: حاصل  $\sin 28^\circ$  را بیابید.

حل: تابع  $f(x) = \sin x$  را تعریف کرده و مسئله را حل می‌کنیم. در محاسبات، زوایا را باید بر حسب رادیان جایگذاری کنیم. نزدیک‌ترین زاویه‌ای که سینوس آن را می‌دانیم  $30^\circ$  یا همان  $\frac{\pi}{6}$  است.

$$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x \quad x_0 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}, \quad \Delta x = -2^\circ = -2 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{\pi}{90}$$

$$\Rightarrow f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \quad f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x \Rightarrow f(28^\circ) \approx f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f'\left(\frac{\pi}{6}\right) \times \left(-\frac{\pi}{90}\right)$$

$$\Rightarrow f(28^\circ) \approx \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\pi}{90}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{180}$$

در این مثال، عددی که تقریب تابع را در آن نقطه می‌خواهیم (یعنی  $x = 28 \times \frac{\pi}{180}$ ) حساب

کنیم از عددی که تابع در آن نقطه مقدار دقیق دارد (یعنی  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ ) کوچکتر است. پس

$\Delta x$  را در فرمول به صورت منفی جای‌گذاری می‌کنیم.

تمرین: مقدار تقریبی  $\text{Arctan}(1.02)$  را بیابید.