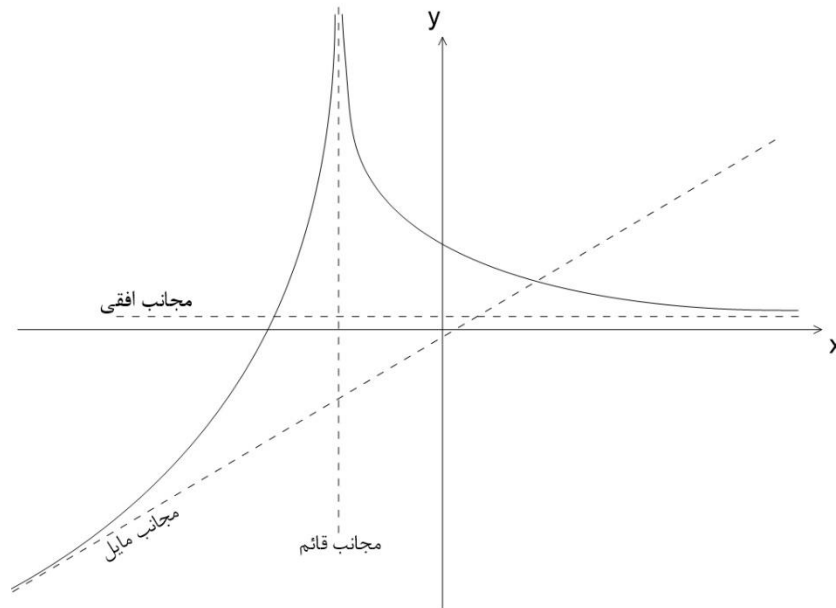


مجانب‌های منحنی:

مجانب‌های منحنی خطوطی هستند که تابع در فاصله بسیار دور بر آن‌ها مماس است و بر سه نوع افقی، قائم و مایل است:



مجانب قائم در هر نقطه‌ای مانند x_0 می‌تواند اتفاق بیفتد پس یک تابع می‌تواند بی‌نهایت مجانب قائم داشته باشد مانند توابع $f(x) = \tan x$ و $f(x) = \cot x$ ولی مجانب‌های افقی و مایل در بی‌نهایت ($+\infty$ یا $-\infty$) اتفاق می‌افتند پس یک تابع حداکثر ۲ مجانب افقی یا ۲ مجانب مایل یا همزمان ۱ مجانب افقی و ۱ مجانب مایل می‌تواند داشته باشد.

برای یافتن مجانب‌های قائم کافیست مخرج تابع را مساوی صفر قرار دهیم. (برخی استثنائات نیز وجود دارد مثلا $f(x) = \log x$ که در $x=0$ مجانب قائم دارد)

برای یافتن مجانب‌های افقی کافیست حد تابع در $-\infty$ و $+\infty$ را بیابیم اگر جواب حد یک عدد ثابت مانند b بود، $y=b$ مجانب افقی آن تابع است.

اگر جواب حد به سمت $\pm\infty$ میل کند احتمالاً تابع دارای مجانب مایل است (ممکن است جواب حد به سمت $\pm\infty$ میل کند ولی تابع دارای مجانب مایل نباشد)

مجانب مایل خطی است مانند $y=ax+b$ که a و b از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$$

که ممکن است جواب‌ها برای $-\infty$ و $+\infty$ متفاوت باشند. پس در مواقعی که جواب احتمال دارد در $-\infty$ و $+\infty$ متفاوت باشد، a و b را جداگانه برای $-\infty$ و $+\infty$ محاسبه می‌کنیم. اگر a و b دو عدد حقیقی باشند تابع دارای مجانب مایل است.

مثال: مجانب‌های منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$ را بیابید.

حل: ابتدا برای یافتن مجانب‌های افقی، مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

پس $\boxed{x = -1}$ تنها مجانب قائم تابع است.

سپس حد تابع را در $\pm\infty$ می‌یابیم تا مجانب‌های افقی تابع را بیابیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x = \pm\infty$$

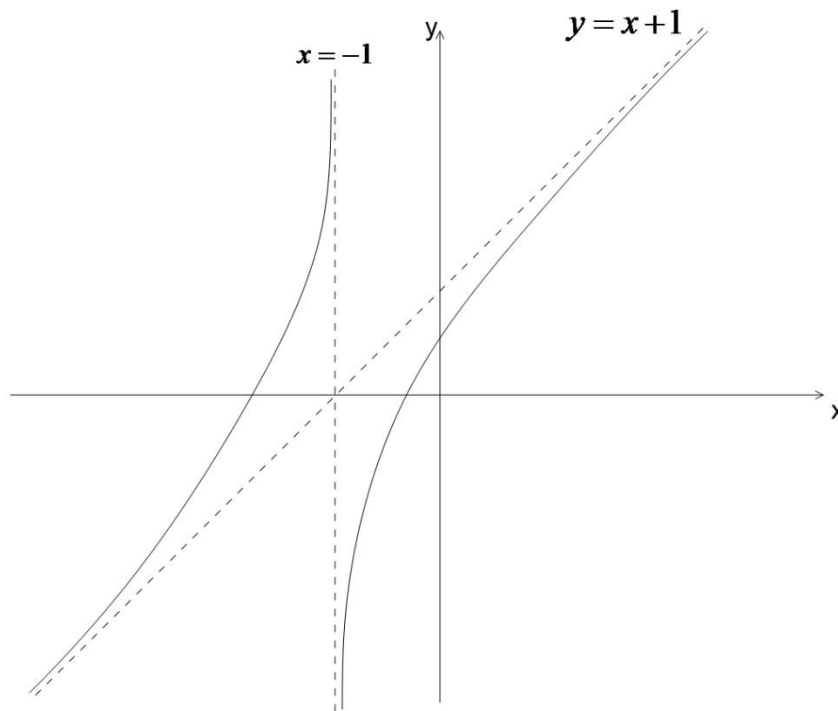
پس تابع دارای مجانب افقی نیست.

برای بررسی اینکه تابع مجانب مایل دارد یا نه، باید a و b را از روابط زیر محاسبه کنیم:

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1 - x^2 - x}{x + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x - 1}{x + 1} \right) = 1$$

پس $y = x + 1$ مجانب مایل تابع است. شکل این تابع به این صورت است:



تمرین: مجانب‌های منحنی تابع $f(x) = \frac{2x + 5}{x - 3}$ را بیابید.