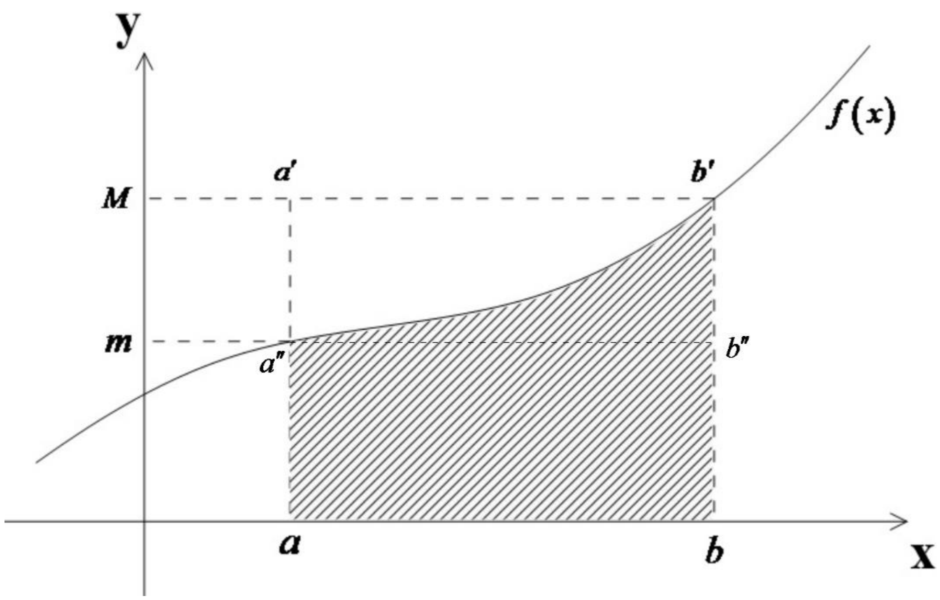
## مقدار میانگین انتگرال:

برای یافتن مقدار میانگین انتگرال، ابتدا بازه‌ای که مقدار انتگرال در آن قرار می‌گیرد را بررسی می‌کنیم. اگر مینیمم مطلق و ماکزیمم مطلق تابع بر بازه $[a,b]$ به ترتیب $m$ و $M$ باشند آنگاه انتگرال تابع در آن بازه یعنی $\int_a^b f(x)dx$ بیشتر از $m(b-a)$ و کمتر از $M(b-a)$ خواهد بود. این موضوع از شکل زیر به راحتی قابل درک است:



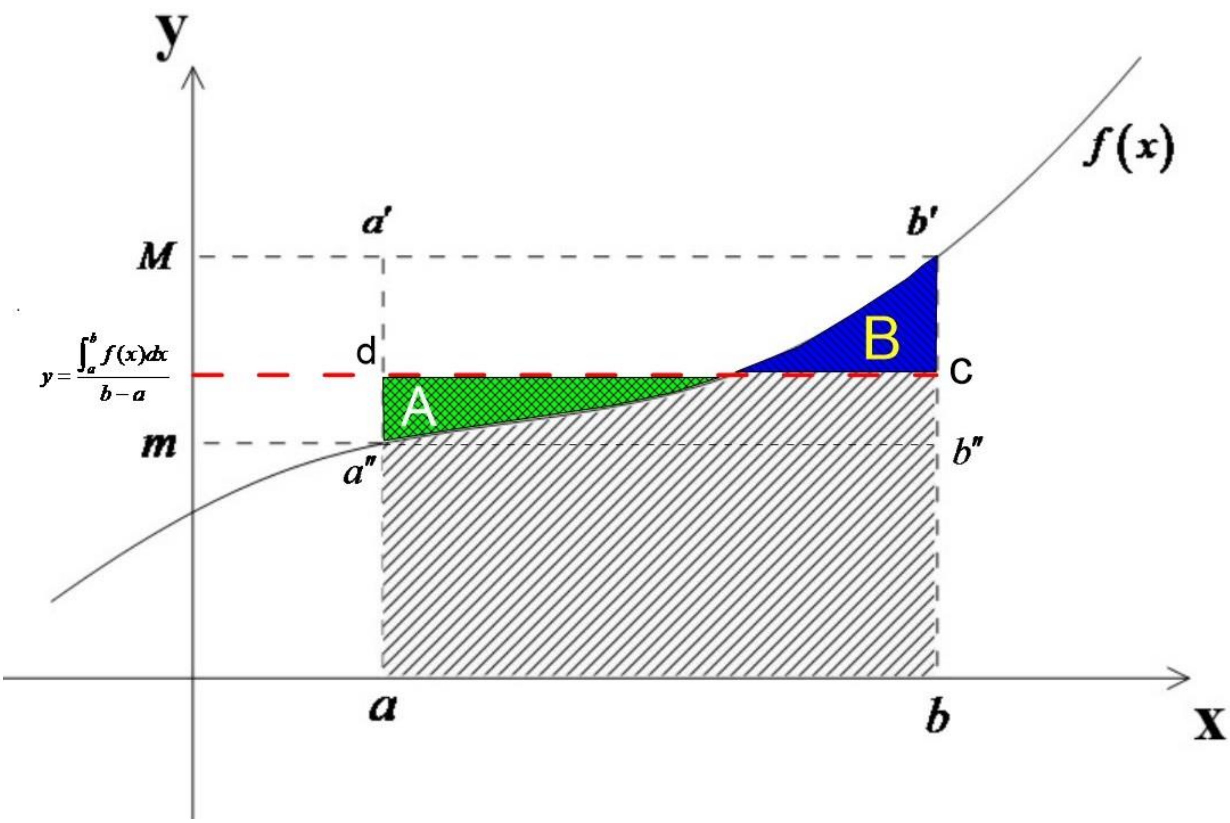

زیرا مطابق شکل فوق، مساحت مستطیل $aa''b''b$ برابر با $m(b-a)$ و مساحت مستطیل $aa'b'b$ برابر با $M(b-a)$ هستند که انتگرال تابع بین این دو مقدار قرار دارد زیرا $m$ کمترین و $M$ بیشترین مقادیر تابع در بازه انتگرال‌گیری هستند.

$$m(b-a) < \int_a^b f(x)dx < M(b-a) \Rightarrow m < \frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a} < M$$

$\frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a}$ را مقدار میانگین انتگرال در بازه $[a,b]$ گویند که عددی بین $m$ و $M$ است. مقدار میانگین انتگرال از آن جهت کاربردی می‌باشد که با ضرب کردن در طول بازه می‌توان جواب انتگرال را یافت:

$$\frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a}\times(b-a)=\int_a^b f(x)dx$$

در واقع مستطیلی که مساحت آن با جواب انتگرال برابر است. قسمت اضافی بالای خط $y=\frac{\int_a^b f(x)dx}{b-a}$ با قسمت نقصانی پایین آن برابر است. در شکل زیر مساحت دو قسمت A (ناحیه سبز) و B (ناحیه آبی) با هم برابر است:




پس مساحت مستطیل abcd با مساحت زیر نمودار (جواب انتگرال $\int_a^b f(x)dx$) برابر است.

مثال: مقدار میانگین انتگرال برای تابع $f(x)=xe^x$ در بازه $[0,1]$ را بیابید.

حل:

$$\frac{\int_0^1 xe^x dx}{1-0}=xe^x-e^x\Big|_0^1=(e-e)-(0-1)=1$$

تمرین: مقدار میانگین انتگرال برای تابع $f(x)=\sin x$ در بازه $[0,\pi]$ را بیابید.